Franz Gustav Kollmann: *Transkription und Kommentare zu den von Musil im "Register"-Heft notierten Formeln. Einleitung.* Akademie der Wissenschaften und der Literatur | Mainz (Hrsg.), 2017.
URN: urn:nbn:de:0238-musil-formeln-1-einleitung_9.

Transkription der und Kommentare zu den von Robert Musil im „Register"-Heft notierten mathematischen Formeln

Franz Gustav Kollmann

München

Karl Corino, dem unermüdlichen Erforscher und Biographen „des Forschers der taghellen Mystik", dankbar für viele Anregungen

Franz Gustav Kollmann

1. Einleitung

1.1. Allgemeines

Robert Musil hat auf 9 Seiten eines Heftes etwa 312[1] mathematische Formeln notiert. Dieses Heft befindet sich im Nachlass von Robert Musil mit der Sigle Ser. ner. 15.156 in der Österreichischen Nationalbibliothek Wien. Die Formeln stammen aus den folgenden mathematischen Gebieten:

- Trigonometrie
- Kettenbrüche
- Grenzwerte
- Differentialquotienten
- Tangenten und Normalen an ebene Kurven

Das mathematische Niveau der Formeln ist in den meisten Fällen vergleichsweise elementar (teilweise Oberstufe Gymnasium oder 1. und 2. Semester Mathematikvorlesungen Technische Universität). Viele von ihnen finden sich in gängigen Formelsammlungen. Bei einem nicht unerheblichen Anteil der nicht in Formelsammlungen nachweisbaren Formeln ist zu vermuten, dass Musil sie in einer Art „mathematischer

[1] Vgl. Abschnitt 3.1 zu der Anzahl der von Musil notierten Formeln.

Fingerübungen“ selbst abgeleitet hat. Allerdings fehlen hierfür schriftliche Hinweise, da Musil lediglich die endgültigen Formeln notiert hat.
Bei den Kommentaren ist darauf hinzuweisen, dass sie sich nicht nur an Leser mit guten mathematischen Kenntnissen wenden. Daher sind die Kommentare bewusst ausführlich gehalten, damit sie auch von Lesern mit mathematischen Grundkenntnissen (Abitur) gelesen werden können.

Der Verfasser[2] konnte nachweisen, dass Musil die Formeln zu den Kettenbrüchen frühestens im Jahr 1913 notiert haben konnte. Da die Formeln auf hinter einander liegenden Seiten notiert wurden, kann mit großer Wahrscheinlichkeit vermutet werden, dass Musil alle Formeln in ein und demselben Zeitraum notiert hat. Weil Musil ab Juli 1914 im Ersten Weltkrieg Soldat war, lässt sich der Zeitraum der Niederschrift auf 1913/14[3] eingrenzen.

Den Inhalt der Internet Präsentation zeigt Tabelle 1.

Tabelle 1: Inhalt der Präsentation

Nr.	Inhalt	Datei (pdf)
1	Einleitung	Einleitung Formeln
2	Faksimiles der Formeln	Faksimiles
3	Transkription der Formeln	Transkription
4	Kommentare trigonometrische Formeln	Kommentar trigonometrische Formeln
5	Kommentar Kettenbrüche	Kommentar Kettenbrueche
6	Kommentar Grenzwerte	Kommentar Grenzwerte
7	Kommentar Differentialquotienten	Kommentar Differentialquotienten.
8	Kommentar Tangenten und Normale an ebene Kurven	Kommentar Tangenten

Die Ziffern in der Spalte weisen auf die Reihenfolge hin, in welcher die Dateien angeordnet sind. Die Ziffern 4 mit 8 geben die erstellten Kommentare in der Reihenfolge der einzelnen mathematischen Sachgebiete in Musils Heft Register 37 wieder. Diese vorstehend aufgeführten Dateien der Online Präsentation der Formeln von Musil müssen einzeln aufgerufen werden. Entsprechend sind sie einzeln paginiert. Das bedeutet, dass jeder Abschnitt fortlaufende Seitenzahlen erhält, die jeweils mit der Zahl 1 beginnen.

[2] Kollmann, Franz Gustav: Zur Datierung der von Musil notierten mathematischen Formeln sowie deren Richtigkeit, Musil Forum Band 30, 2007/2008, S. 1 - 9
[3] TAQN (Terminus ante quem non): 1.01.1913, TPQN /Terminus post quem non): Juli 1914.

Sehr wichtiger Hinweis

Es wird dringend empfohlen, vor Aufruf der einzelnen Kommentare die Einleitung zum Kapitel 3 Transkription zu lesen, weil dort genau erläutert wird, wie den einzelnen Formeln von Musil diejenigen Nummern zugewiesen werden, die in den Kommentaren verwendet werden.

1.2. Wichtige Hilfsformeln

Nachstehend werden einige einfache, häufig benützte, allgemeine Hilfsformeln zusammengestellt. Sie werden mit Gleichungsnummern nach folgendem Schema[4] gekennzeichnet. In einer Klammer wird zunächst der große Buchstabe A (für Allgemein) angegeben. Im vorliegenden Abschnitt wir hier der Buchstabe A (für Allgemein) gewählt. An den großen Buchstaben A schließt sich der Buchstabe H für „Hilfsformel" an. Nach diesen kennzeichnenden zwei Buchstaben folgen hinter einem Bindestrich die fortlaufenden Nummern der einzelnen Gleichungen. Eine derartige Gleichungsnummer lautet z. B. in diesem Abschnitt (AH-1).

Nach »*Bronstein*«[5], S. 12, (1.28) und (1.32) gilt für beliebige reelle Zahlen *a* und *b*

$$\left(a \pm b\right)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad \text{(AH-1)}$$

$$\left(a + b\right)\left(a - b\right) = a^2 - b^2 \qquad \text{(AH-2)}$$

Ferner werden die Binomialkoeffizienten[6] benötigt. Ihre Definition lautet für natürliche Zahlen *n* und *k* $0 \le k \le n$ nach »*Bronstein*«, S. 13, (1.37a)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{\left(n-k\right)!k!} \qquad \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \qquad \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \qquad \text{(AH-3)}$$

Dabei bedeutet *n*! die Fakultät, »*Bronstein*«, S. 13, (1.37b)

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n \qquad \text{(AH-4)}$$

[4] Eine ausführliche Darstellung des Schemas der Nummerierung von Gleichungen wird in Abschnitt 3 „Transkription" gegeben.

[5] I. N. Bronstein, Semendjajew, Musiol, Mühlig: Taschenbuch der Mathematik, 6. vollständige und ergänzte Auflage. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch 2006.

[6] Musil verwendete eine andere Schreibweise für die Binomialkoeffizienten. Hierauf wird in 1.6 Anhang eingegangen. In den Kommentaren wird immer die in Gl. (AH-3) verwendete Schreibweise für die Binomialkoeffizienten verwendet.

wobei definitionsgemäß

$$0! = 1 \qquad \text{(AH-5)}$$

gilt.

Für die Potenzen von (-1) folgt

$$(-1)^n = \begin{cases} 1 & \text{für } n \text{ gerade} \\ -1 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases} \qquad \text{(AH-6)}$$

1.3. Nachweise der Richtigkeit von Musils Formeln

Für alle Formeln werden entweder (soweit dies möglich ist) **Nachweise** in Form von **Quellen** (Formelsammlung oder professionelle Internetseiten) angegeben. Bei den restlichen Formeln, für die keine Quellen ermittelt werden konnten, hat der Verfasser diese bewiesen oder falsifiziert. Diese **Beweise** finden sich im Kommentar. Gelegentlich ist eine **Analyse** einzelner Formeln erforderlich, um sie entweder zu beweisen oder ihre Unrichtigkeit zu zeigen.

<u>Folgende Formelsammlung wird als Quelle verwendet:</u>

I. N. Bronstein, Semendjajew, Musiol, Mühlig: Taschenbuch der Mathematik, 6. vollständige und ergänzte Auflage. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch 2006. Sie wird als »*Bronstein*« zitiert. Hinzugefügt werden die Seitenzahl und die Nummer der betreffenden Formel. Dann bedeutet »Bronstein«, S. 80, (2.90) die auf Seite 80 der Formelsammlung Bronstein, S. F. et al. stehende Formel mit der Nummer (2.90).

Ferner werden die folgenden in das Internet gestellten professionellen Formelsammlungen für den Nachweis der Richtigkeit von Formeln herangezogen

1. Weisstein Eric. „Versine“ from Mathworld – a Wolfram Web Resource: http://mathworld.wolfram.com/Versine.html. Hierbei ist Versine (bei Musil sinvers) eine spezielle trigonometrische Funktion (vgl. hierzu $(T\text{-}3)_1$). Für die Zitierung in diesem Kommentar wird folgende abgekürzte Schreibweise verwendet: E. Weisstein: http://mathworld.wolfram.com/Versine.html, wobei sich der letzte Teil der URL je nach mathematischem Inhalt ändert.

2. Die zweite Internetquelle lautet: http://functions.wolfram.com/. Bei Zitaten aus dieser Quelle werden die genaue Website und die dort angegebene Formelnummer zitiert. Ein beispielhaftes Zitat lautet:

Vgl. http://functions.wolfram.com/ElementaryFunctions/Tan/20/01/ (Formeln 01.08.20.0001.01 und 01.08.20.0002.01).

Gelegentlich wird auf von Musil notierte Formeln verwiesen, deren Richtigkeit in diesem Kommentar nachgewiesen wurde. Alle Ableitungen und Beweise werden hier bewusst ausführlich angegeben, damit sie auch von Personen mit geringeren Kenntnissen in Mathematik (i. a. Abitur) nachvollzogen werden können.

Nicht nachgewiesene Formeln werden im vorliegenden Kommentar abgeleitet[7]. Dabei wird gelegentlich von dem Pfeilzeichen $\rightarrow$ Gebrauch gemacht, das wie folgt zu interpretieren ist: Aus der links vom Pfeilzeichen stehenden Gleichung folgt (durch im Text kurz beschriebene mathematische Manipulationen) die rechts vom Pfeilzeichen stehende Gleichung. Beispielsweise sollen A und B für mathematische Gleichungen stehen. Dann bedeutet die Zeichenfolge $A \rightarrow B$: Aus Gleichung A folgt Gleichung B.

Hinweis für die Anwendungen

Abschnitt 1.3 enthält Hilfsformeln, die in verschiedenen Dateien der Kommentare verwendet werden, wobei Bezug auf den genannten Abschnitt 1.3 genommen wird. Daher wird empfohlen, dass bei Online-Anwendungen die Dateien Einleitung.pdf und die gewünschte pdf-Datei des Ordners Kommentare in zwei verschiedenen Fenstern geöffnet werden. Bei Offline-Anwendungen muss außer der Datei für den interessierenden Kommentar auch die Datei Einleitung.pfd herunter geladen und gespeichert wird.

1.4 Danksagungen

Die erste Anregung zu der Befassung mit den von Robert Musil notierten Formeln gab ein Vortrag[8] „Robert Musil: Technik und Mathematik – ein spannungsreiches Verhältnis", den der Verfasser im Oktober 2003 auf der Tagung „»Alle Welt ist medial geworden« Literatur, Technik, Naturwissenschaft in der Klassischen Moderne" gehalten hat. Der Verfasser dankt dem Initiator dieser Tagung Herrn Professor Dr. phil. Matthias Luserke-Jaqui Technische Universität Darmstadt sehr herzlich für die Einladung zu einem Vortrag. Die erste Persönlichkeit, die der Verfasser auf dieser Tagung kennen gelernt hat, war Herr Dr. phil. Dr. phil. h. c. Karl Corino. Die Offenheit, mit der sich Herr Corino in vielen Diskussionen auf Fragen der Technik und der Naturwissenschaften einließ, hat die Arbeit an dem Projekt „Transkription und Kommentare zu den von Musil im „Register"-Heft notierten Formeln" sehr gefördert. Ganz besonders dankbar ist der

[7] Die Worte „ableiten" und „beweisen" werden synonym gebraucht.
[8] F. G. Kollmann, Robert Musil: Technik und Mathematik – ein spannungsreiches Verhältnis, in Matthias Luserke-Jaqui (Hsg.): „Alle Welt ist medial geworden", Literatur, Technik, Naturwissenschaften in der klassischen Moderne. Internationales Darmstädter Musil-Symposium. Tübingen, S. 91 - 104

Verfasser für Corinos maßgebliche Biografie Robert Musils, die 2003 bei Rowohlt erschienen ist. Wie jeder Mensch, der sich ernsthaft mit dem Leben und Werk Robert Musils beschäftigt, verdankt der Verfasser diesem außerordentlichen Buch viele wichtige Anregungen.
Die entscheidende Anregung zu den Arbeiten über die von Musil notierten mathematischen Formeln verdankt der Verfasser Herrn Privatdozent Dr. phil. Walter Fanta, Robert Musil Institut für Literaturforschung der Alpen-Adria Universität Klagenfurt. PD Dr. Fanta hat den Verfasser nach seinem oben erwähnten Vortrag angesprochen und ihn über die von Musil notierten Formeln informiert. Diese Information war mit der Bitte an den Verfasser verbunden, eine wissenschaftlichen Ansprüchen genügende Transkription und vor allem einen Kommentar zu diesen Formeln zu erstellen, worauf der Verfasser bereitwillig eingegangen ist. Damals war geplant, die Transkription und den Kommentar in eine Digitale Edition des Gesamtwerks von Robert Musil einzubetten. Bedauerlicher Weise kam die Veröffentlichung im Rahmen des Updates der ‚Klagenfurter Ausgabe' aber nicht mehr zustande, da das Klagenfurter Musil-Institut seine Publikationsstrategie in Richtung auf Open Access veränderte. Der Verfasser dankt Herrn Dr. Fanta ausdrücklich für die immer produktive und sehr angenehme Zusammenarbeit.

An die Stelle der Fortführung der digitalen ‚Klagenfurter Ausgabe' ist das Online-Portal MUSIL ONLINE des Robert Musil Instituts getreten. Grundsätzlich hat PD Dr. Fanta dem Verfasser angeboten, die von ihm verfassten Bausteine in das geplante Online-Portal einzustellen. Da die Arbeit des Musil-Instituts jedoch erst in ca. 3 Jahren nach Abschluss der Implementation der literarischen Texte geleistet werden kann, hat sich der Verfasser aufgrund seines Alters von nahezu 83 Jahren nach einer alternativen Möglichkeit der Publikation umgesehen.

Der Verfasser ist dem Generalsekretär Herrn Professor Dr. jur. Claudius Geisler der Akademie der Wissenschaften und der Literatur Mainz, deren ordentliches Mitglied der Verfasser ist, ganz besonders dafür dankbar, dass er die Implementation der erstellten Bausteine Transkription und Kommentare in das Online Portal der Akademie angeboten hat. Gleichzeitig hat Herr Professor Geisler die Möglichkeit eröffnet, dass diese Bausteine auch in das Online Portal MUSIL ONLINE des Robert Musil Instituts eingestellt werden können.

Ganz besonders herzlich dankt der Verfasser seinem Darmstädter Kollegen und Freund Professor Kolumban Hutter PhD für eine sehr zeitaufwändige Aktion. Professor Hutter, den der Verfasser auf den Link der Mainzer Akademie aufmerksam gemacht hatte, hat von sich aus alle Formeln überprüft, deren Richtigkeit nicht mit Stellen in der zitierten Literatur nachgewiesen wurde sondern die vom Verfasser bewiesen wurden. Professor Hutter hat damit dem Verfasser einen außergewöhnlichen Freundschaftsdienst erwiesen.

Der Österreichischen National Bibliothek wird herzlich für die Erlaubnis gedankt, in diese Online-Präsentation Kopien der handschriftlich notierten Formeln[9] Robert Musils aufzunehmen. Das Copyright für dieses Schriftstück liegt bei der Österreichischen Nationalbibliothek, Josephsplatz 1, A-1015 Wien.

1.5 Anschrift des Verfassers

Professor em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Franz Gustav Kollmann
Mauerkircherstr. 16

82679 München

Email: fg.kollmann@t-online.de

1.6 Anhang: Zur Schreibweise der Binomialkoeffizienten bei Musil

Musil verwendet in den Gleichungen (T-63), (T-64), (D52), (D-55) und (D-56) von ihm nicht definierte Koeffizienten $(n)_k$. Herr Professor Dr. Gerhard Kowol, Mathematisches Institut, Universität Wien hat mir freundlicherweise mit Brief vom 31.07.2009 eine Literaturliste zu den Formeln (D52) mit (D-57) des Abschnittes „Differenzialquotienten" dieses Kommentars zur Verfügung gestellt. Unter diesen Büchern befinden sich je ein Werk von Dingeldey[10] und des bekannten Mathematikers Schlömilch[11] (1823 – 1901).

Das Buch von Dingeldey[12] ermöglicht es, die in den Formeln (T-63) und (T-64) auftretenden, bei Musil nicht definierten Koeffizienten $(m)_k$ oder $(n)_k$ mit den natürlichen Zahlen $0 \leq k \leq m$ als Binomialkoeffizienten zu identifizieren. Es gilt also für alle von Musil notierten Größen $(n)_k$ die folgende Identifikation

$$\boxed{(n)_k := \binom{n}{k}} \qquad \text{(AH-7)}$$

[9] Vgl. hierzu Abschnitt 1.1, in dem auch die Sigle im Nachlass von Robert Musil angegeben wird.
[10] Dingeldey, Friedrich, Sammlung von Aufgaben zur Anwendung der Differential- und Integralrech-nung, Erster Teil. Aufgaben zur Anwendung der Differentialrechnung, Leipzig und Berlin, 1010.
[11] Schlömilch, Oskar, Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis, Band 1, Leipzig, 1868.

[12] Dingeldey, a. a. O., S. 16 Ziffer 20 in Verbindung mit der Analyse von Formel (D-52) im Abschnitt Differenzialquotienten dieses Kommentars.

Bei Schlömilch[13] findet sich ebenfalls die von Musil verwendete Notation. Der Verfasser vermutet sogar, dass Musil diese Notation von Schlömilch übernommen hat. Diese Vermutung wird bei der Kommentierung der Formeln (T-63) und (T-64) begründet.
Bei der Behandlung der Formeln (T-63), (D-52); (D-55) und (D-56) in diesem Update wird gezeigt, dass die Formeln korrekt sind, wenn die Koeffizienten $(n)_k$ bzw. n_k als Binomialkoeffizienten interpretiert werden.

[13] Schlömilch, a. a. O., S. 22.